מתמטיקה

כללי

1. הבחינה במתמטיקה נמנית עם **בחינות החובה.**

2. בחינת החובה היא בהיקף של 3 יחידות לימוד, והיא כוללת את השאלונים שמספריהם 311, 312, 313. התכנים בשאלון מספר 311 תואמים את הנדרש בשאלון מספר 35801, התכנים בשאלון מספר 312 תואמים את הנדרש בשאלון מספר 35802 וכן הלאה.

3. ניתן להיבחן במתמטיקה גם בהיקף של 4 יחידות לימוד, בחינה הכוללת את השאלונים שמספריהם 314, 315, ובהיקף של 5 יחידות לימוד, בחינה הכוללת את השאלונים שמספריהם 316, 317.

הבחינה בהיקף של 4 יחידות לימוד נמנית עם **בחינות החובה והבחינות ברמה המוגברת.**

הבחינה בהיקף של 5 יחידות לימוד נמנית עם **בחינות החובה והבחינות ברמה המוגברת** ועונה על דרישת **הבחירה המחייבת** ועל הדרישה של **תרבות העולם.**

4. מומלץ להתעדכן באתר האינטרנט של המפמ"ר למתמטיקה בכתובת:

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/Mivne.htm

באתר זה תוכלו למצוא מידע הרלוונטי לכם לקראת בחינות הבגרות.

הערות

בעמוד 31 מוצג מבנה הבחינה של מבחנים מותאמים.

בעמוד 31 ישנה הפניה לדפי נוסחאות מורחבים.

בעמוד 32 מוצגות הצעות דידקטיות.

נושאי הלימוד לבחינה במתמטיקה
3 יחידות לימוד
שאלונים מספר 311, 312, 313

פרטי הבחינה

שאלון ראשון (311): 25% **משך הבחינה: שעה ורבע** **בחירה של ארבע מתוך שש שאלות בצבירת נקודות**
משוואות, פירוק לגורמים, שינוי נושא בנוסחה, שאלות מילוליות **2–1 שאלות בבחינה**
גרפים (קריאת גרפים ובניית גרפים) סדרות חשבוניות **2–1 שאלות בבחינה**
מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית **שאלה אחת**
טריגונומטריה: יישומים במישור **שאלה אחת**
סטטיסטיקה והסתברות **2–1 שאלות**

שאלון שני (312): 35% **משך הבחינה: שעה וחצי** **בחירה של ארבע מתוך שש שאלות בצבירת נקודות**
אלגברה כולל קריאת גרפים **2–1 שאלות**
סדרה חשבונית, סדרה הנדסית (הגדרה לפי מקום והגדרה ברקורסיה) בעיות גדילה ודעיכה דיסקרטיות **2–1 שאלות**
טריגונומטריה: יישומים במישור ובמרחב **2–1 שאלות**
הסתברות, סטטיסטיקה, התפלגות נורמלית **2–1 שאלות**

שאלון שלישי (313): 40% **משך הבחינה: שעתיים** **בחירה של ארבע מתוך שש שאלות**
שאלות מילוליות **2–1 שאלות** לפי החלוקה הזאת: שאלה אחת בתחום קנייה, מכירה ותשלומים, כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים. תיתכן שאלה שנייה בתחום שאלות תנועה, או בתחום שאלות גיאומטריות.
גיאומטריה אנליטית **2–1 שאלות**
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (כולל בעיות ערך קיצון) **3 שאלות**

שאלון מספר 311

- בשאלון שש שאלות. על הנבחן לצבור ניקוד השווה לארבע שאלות מלאות (לכל שאלה – 25 נקודות).
- הנבחן יכול לענות על שאלות מלאות או על חלקי שאלות.
- השאלות הן מהמאגר לשאלון מספר 35801 בנושאים המתאימים לשאלון זה.
- כתובת המאגר:

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/Maagar3/801.htm

הערות

א. כל שאלה מהמאגר יכולה להשתנות בבחינת הבגרות באופן הזה: המספרים המופיעים בשאלה יכולים להשתנות, סרטוטים וסעיפי מדרגה יכולים להתווסף, סעיפים יכולים לרדת וכד'.

ב. שאלה בבחינת הבגרות עשויה להיות מורכבת משאלות שונות מתוך המאגר.

ג. לא יידרש שימוש בפרמטרים בשאלון זה.

ד. שאלות המאגר בטריגונומטריה עשויות לכלול בבחינת הבגרות את ההיגד: "... תוך שימוש בהגדרת סינוס, קוסינוס או טנגנס במשולש ישר זווית."

ה. בשאלון זה, עשויות להופיע עד שתי שאלות מתכנית הלימודים שאינן שאלות מאגר.

ו. במאגר לשאלון 35801 צומצמו כמה שאלות. להלן פירוט השאלות והסעיפים שירדו:

הנושא	השאלות והסעיפים שירדו
משוואות, גרפים של ישרים ופרבולות	בשאלה 8 – ירד סעיף ב' בשאלות 21–26, 29–30 – נוספו סרטוטים
שינוי נושא נוסחה	שאלה 14 – ירדה בשאלה 16 – ירד סעיף ד'
בעיות מילוליות	שאלה 20 – ירדה שאלה 24 – ירדה שאלה 35 – ירדה
קריאת גרפים ובניית גרפים	שאלה 15 – ירדה שאלה 17 – ירדה שאלה 25 – ירדה שאלה 38 – ירדה בשאלה 41 – ירד סעיף ז' שאלה 42 – ירדה

השאלות והסעיפים שירדו	הנושא
שאלה 29 – ירדה שאלה 34 – ירדה בשאלה 42 – ירד סעיף ה'	גיאומטריה אנליטית
שאלה 26 – ירדה שאלה 29 – ירדה שאלה 34 – ירדה שאלה 37 – ירדה שאלה 45 – ירדה בשאלה 47 – ירדו סעיפים ג' ו-ד' שאלה 48 – ירדה שאלה 55 – ירדה	סטטיסטיקה והסתברות

שאלון מספר 312

- בשאלון שש שאלות. על הנבחן לצבור ניקוד השווה לארבע שאלות מלאות (לכל שאלה – 25 נקודות).
- הנבחן יכול לענות על שאלות מלאות או על חלקי שאלות.
- השאלות הן מהמאגר לשאלון 35802.
- כתובת המאגר:

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/Maagar3/802.htm

הערות

א. כל שאלה מהמאגר יכולה להשתנות בבחינת הבגרות באופן הזה: המספרים המופיעים בשאלה יכולים להשתנות, סרטוטים וסעיפי מדרגה יכולים להתווסף, סעיפים יכולים לרדת וכו'.

ב. שאלה בבחינת הבגרות עשויה להיות מורכבת משאלות שונות מתוך המאגר.

ג. לא יידרש שימוש בפרמטרים בשאלון זה.

ד. השאלות בשאלון זה יכולות להילקח גם מהמאגר לשאלון 35802 וגם מהמאגר לשאלון 35801.

ה. שאלות המאגר בטריגונומטריה עשויות לכלול בבחינת הבגרות את ההיגד: "... תוך שימוש בהגדרת סינוס, קוסינוס או טנגנס במשולש ישר זווית."

ו. בשאלון זה, עשויות להופיע עד שתי שאלות מתכנית הלימודים שאינן שאלות מאגר.

שאלון מספר 313

- בשאלון זה אין צבירה.
- על הנבחן לענות על **ארבע** מתוך שש שאלות, ללא הגבלה בנושאים.
- המעריך יבדוק רק את ארבע השאלות הראשונות הפתורות בבחינה, גם אם הן פתורות באופן חלקי.

הערות

א. אחת מהשאלות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי תבוסס על שאלה מהמאגר הישן – מפרק ג'.

ב. בעיה בגיאומטריה תופיע בשאלון זה רק באחד מהנושאים: שאלה מילולית באלגברה או בעיית ערך קיצון.

נושאי הלימוד לבחינה במתמטיקה
4 יחידות לימוד
שאלונים מספר 314, 315

פרטי הבחינה

שאלון ראשון (314): 65% **משך הבחינה: שלוש שעות וחצי**
פרק א – בחירה של שתיים מתוך שלוש שאלות (תהיה שאלה בכל נושא) שאלות מילוליות גיאומטריה אנליטית הסתברות
פרק ב – בחירה של שאלה אחת מתוך שתי שאלות (תהיה שאלה בכל נושא) גיאומטריה במישור טריגונומטריה במישור
פרק ג – בחירה של שתיים מתוך שלוש שאלות חדו״א של פולינומים, שורש ריבועי ופונקציות רציונאליות

שאלון שני (315): 35% **משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים**
פרק א – בחירה של שאלה אחת מתוך שתי שאלות סדרות טריגונומטריה במרחב
פרק ב – בחירה של שתיים מתוך שלוש שאלות בעיות גדילה ודעיכה, חדו״א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות ופונקציות לוגריתמיות

הערות

א. בבחינת הבגרות, הנבחן יכול לפתור כל שאלה בכל דרך שיבחר (אלא אם כן נאמר במפורש אחרת) ובתנאי שפתרונו מבוסס על הבנת דרך הפתרון. לכן, אם נבחן משתמש בתכנים שאינם חלק מתכנית הלימודים הרשמית, עליו להוכיח תכנים אלה כחלק מתהליך הפתרון.

ב. המיומנויות והמושגים הנדרשים בשאלון הראשון ברמת 4 יח״ל מהווים בסיס להמשך, ולכן השליטה במיומנויות אלה נדרשת גם בשאלון השני.

ג. בשאלות בהסתברות יש להסביר את כל שלבי הפתרון באופן מדויק (על-ידי הסבר מילולי או על-ידי נוסחאות מתאימות). במילוי טבלה יש לנמק במפורש את התוצאות הנובעות משימוש באחת מנוסחאות ההסתברות המותנית.

ד. בחשבון דיפרנציאלי יש לדעת את כל הטכניקה האלגברית של משוואות ואי-שוויונות הנחוצים לצורכי תחום הגדרה, נקודות אפס ונקודות קיצון בפונקציות השייכות לשאלון זה.

ה. בשאלות בגיאומטריה אוקלידית ניתן לפתור בשיטות של גיאומטריה אוקלידית או בכל דרך אחרת.

- יש לנמק בצורה ברורה כל שלב. למשל: אין לנמק שוויון בין שתי זוויות רק על-ידי המילים ״זוויות היקפיות״, אלא צריך לרשום לדוגמה ״זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת שוות״.
- אם נבחן מוסיף לסרטוט הנתון בשאלה קווי עזר נוספים או אותיות נוספות, הוא חייב להעתיק את הסרטוט למחברת הבחינה.
- בשאלה בגיאומטריה לא יידרש שימוש בטריגונומטריה אך יהיה מותר להשתמש בטריגונומטריה לפתרון השאלה.

ו. בשאלות בטריגונומטריה במישור ובמרחב יש להסביר ולנמק בקצרה חישובים שונים, כולל חישובי זוויות. חובה לציין את המשולש שאליו מתייחסים.

ז. בשימוש במשפט הסינוסים והקוסינוסים, אם יש כמה תשובות אפשריות, יש לרשום את כולן. אם יש נימוק לפסילת אחת מהתשובות, יש לרשום אותו.

ח. הגיאומטריה הנדרשת לפתרון בעיות בטריגונומטריה כוללת את כל הנושאים בגיאומטריה: משולשים, מרובעים, מצולעים, מעגל ודמיון.

ט. שאלה במבחן יכולה להיות מורכבת מכמה נושאים.

נושאי הלימוד לבחינה במתמטיקה
5 יחידות לימוד
שאלונים מספר 316, 317

פרטי הבחינה

שאלון ראשון (316): 60% **משך הבחינה: שלוש שעות וחצי**
פרק א – בחירה של שתיים מתוך שלוש שאלות (תהיה שאלה בכל נושא) שאלות מילוליות סדרות הסתברות
פרק ב – בחירה של שאלה אחת מתוך שתי שאלות (תהיה שאלה בכל נושא) גיאומטריה במישור טריגונומטריה במישור
פרק ג – בחירה של שתיים מתוך שלוש שאלות חדו"א של פולינומים, שורש ריבועי, פונקציות רציונאליות ופונקציות טריגונומטריות

שאלון שני (317): 40% **משך הבחינה: שעתיים**
פרק א – בחירה של שתיים מתוך שלוש שאלות וקטורים טריגונומטריה במרחב גיאומטריה אנליטית מספרים מרוכבים
פרק ב – בחירה של שאלה אחת מתוך שתי שאלות בעיות גדילה ודעיכה, חדו"א של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות, פונקציות לוגריתמיות (כולל שילוב עם פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ופונקציות טריגונומטריות)

הערות לשאלון מספר 316

א. לא יידרשו אי-שוויונות עם ערך מוחלט ועם פרמטרים.

ב. בשאלה בגיאומטריה לא יידרש שימוש בטריגונומטריה, אך יהיה מותר להשתמש בטריגונומטריה לפתרון השאלה.

ג. בשאלות בטריגונומטריה במרחב לא יידרשו גופים חסומים.

ד. אם נבחן מוסיף לסרטוט הנתון בשאלה קווי עזר נוספים או אותיות נוספות, הוא חייב להעתיק את הסרטוט למחברת הבחינה.

ה. בשאלות בטריגונומטריה יש להסביר ולנמק בקצרה חישובים שונים, כולל חישובי זוויות.

ו. בשאלות בטריגונומטריה במישור ובמרחב חובה לציין את המשולש שאליו מתייחסים.

ז. בשימוש במשפט הסינוסים והקוסינוסים, אם יש כמה תשובות אפשריות, יש לרשום את כולן.

ח. אם יש נימוק לפסילת אחת מהתשובות, יש לרשום אותו.

ט. שאלה במבחן יכולה להיות מורכבת מכמה נושאים.

הערות לשאלון מספר 317

א. בשאלות בנושא תנאי ההשקה יידרש שימוש ב :

1. מרחק נקודה (מרכז המעגל) מישר.
2. איפוס הדיסקרימיננטה.

ב. באותה שאלה בווקטורים ייתכן שיידרשו וקטורים אלגבריים ווקטורים גיאומטריים.

ג. בכל אחד מן הנושאים בשאלון זה יכולות להיות שתי שאלות באותו נושא.

ד. לא תופענה שאלות עם סעיפים לא תלויים מנושאים שונים (למשל, סעיף מרוכבים וסעיף בגיאומטריה אנליטית).

ה. באותה שאלה לא ישולבו יותר משני נושאים מתחומים שונים (למשל, לא תהיה שאלה המשלבת גיאומטריה אנליטית, וקטורים ומספרים מרוכבים).

ו. המיומנויות והמושגים הנדרשים בשאלון הראשון ברמת 5 יח״ל מהווים בסיס להמשך ולכן השליטה במיומנויות אלה נדרשת גם בשאלון השני.

פירוט נושאי הלימוד

להלן פירוט הנושאים הנדרשים בשאלונים השונים בבחינת הבגרות.

שאלון מספר 311

1. אלגברה

- **משוואות:** משוואות ממעלה ראשונה ושנייה.
- **מערכת משוואות:** שתי משוואות ממעלה ראשונה, אחת מהמשוואות היא ממעלה ראשונה והשנייה מהצורה $y = ax^2 + bx + c$, או שתיהן מצורה זו. הקשר בין פתרון אלגברי ובין המשמעות הגרפית של הפתרון.

  הערה: לא יידרש פתרון משוואות או פתרון של מערכת משוואות כשאלה בפני עצמה.
- **פירוק לגורמים:** פירוק על-ידי הוצאת גורם משותף.
- **שינוי נושא בנוסחה:** כולל שינוי נושא בנוסחה שיש בה שברים אלגבריים פשוטים. שאלות בשינוי נושא בנוסחה תופענה בבחינה רק בהקשר מציאותי.
- **שאלות מילוליות:** שאלות קנייה, מכירה ותשלומים כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים.
- **גרפים:**
  1. קריאת מידע (אינפורמציה) מגרפים המתארים מצבים מציאותיים. בניית גרפים "מציאותיים" – מעבר מתיאור מילולי של מצב לתיאור גרפי שלו.
  2. הקשר בין פתרון אלגברי ובין המשמעות הגרפית של הפתרון. המושגים: חיוביות, שליליות, עלייה, ירידה, כולל תחומים שבהם הגרף חיובי, שלילי, עולה או יורד – ללא פרמטרים.
  3. השוואה איכותית של קצב שינוי, בגרפים מציאותיים ובגרפים אחרים. קריאת גרפים של פונקציה ליניארית וריבועית – ללא פרמטרים, קריאת גרפים של פונקציות כלשהן (עבור פונקציות שאינן ליניאריות או ריבועיות קריאת הגרף היא מתוך סרטוט בלבד וללא התבנית).

2. גיאומטריה אנליטית

- מושגי יסוד בגיאומטריה אנליטית.
- **קטעים:** חישוב מרחק בין נקודות (אורך קטע) בעזרת משפט פיתגורס, אמצע קטע.
- **ישרים:** מציאת משוואת ישר על-פי נקודה עליו ושיפוע נתון, על-פי שתי נקודות. חיתוך והקבלה של ישרים.
- **שטחים:** חישובי שטחים המורכבים ממלבנים, משולשים וטרפזים.

3. סדרה חשבונית

הגדרה מילולית של סדרה חשבונית על-פי הפרש קבוע בין איברים עוקבים, הגדרת הסדרה החשבונית לפי מקום (הנוסחה לאיבר כללי), נוסחת סכום n האיברים הראשונים. שימוש בנוסחאות לחישובים מסוגים שונים, כולל פתרון שאלות מילוליות בסדרות.

4. טריגונומטריה

הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות: סינוס, קוסינוס, טנגנס, במשולש ישר זווית ושימוש בהן.
יישומים במישור: משולשים ישרי זווית ומצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית – משולש שווה שוקיים, משולש כללי, מלבן, מעוין. במהלך פתרון הבעיות יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של המצולעים השונים וכן חישובי שטחים והיקפים, ללא שימוש בפרמטרים.

5. סטטיסטיקה והסתברות

- **סטטיסטיקה:** שכיחות, שכיחות יחסית (כולל באחוזים), תיאור נתונים בטבלת שכיחויות. סידור נתונים בקבוצות ותיאורם הגרפי בצורת דיאגרמת עמודות (מקלות) ודיאגרמת עיגול. קריאה וניתוח של דיאגרמות אלה. שכיח, חציון, ממוצע וחישובם.
- **הסתברות:** מציאת הסתברות של מאורע במרחב סופי כיחס בין מספר התוצאות במאורע למספר התוצאות במרחב. מציאת הסתברות של זוג מאורעות בלתי תלויים כאלה (לא יידרש למצוא בשאלון 311 חיתוך של שני מאורעות תלויים או של שלושה מאורעות בלתי תלויים). הסתברות של מאורע משלים. הסתברות של איחוד מאורעות.

שאלון מספר 312

1. אלגברה

משוואות ומערכות משוואות בלי פרמטר. פתרון מערכת משוואות ממעלה ראשונה ושנייה, ללא מערכת המכילה משוואות מהצורה $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=c$ או $ax^2+by^2=c$.

הערה: לא יידרש פתרון משוואות או מערכת משוואות כשאלה בפני עצמה.

מציאת קשר בין פתרון גרפי לפתרון אלגברי של מערכת משוואות (רק פונקציות ממעלה ראשונה ושנייה). מציאת נקודות חיתוך של ישרים, של ישר ופרבולה ושל שתי פרבולות.
תכונות הפונקציה הליניארית והריבועית: תחומי חיוביות ושליליות, תחומי עלייה וירידה, תחומים שבהם ערכי פונקציה אחת גדולים, שווים או קטנים מערכי פונקציה אחרת (כולל קריאת מידע מתוך גרפים). פירוק לגורמים על-ידי הוצאת גורם משותף. שימוש בפירוק לגורמים לפישוט/לצמצום שברים אלגבריים פשוטים.

2. הרחבת מושג החזקה

חוקי החזקה (במעריכים טבעיים ואפס), הרחבת החזקה למעריכים שליליים. כתיבה מדעית של מספרים, כלומר שימוש בחזקות של 10 לכתיבת מספרים גדולים מאוד או קטנים מאוד בערכם המוחלט. כפל וחילוק של מספרים הכתובים בכתיב מדעי. השימוש בחזקות במבחן יכול להופיע בהקשרים שונים כגון הקשר של סדרה הנדסית או של גדילה ודעיכה.

3. סדרות

סדרה חשבונית וסדרה גיאומטרית (הנדסית): הגדרה שלהן על-ידי כלל נסיגה, או באמצעות שימוש בנוסחת האיבר הכללי, שימוש בנוסחת הסכום של n איברים.

4. בעיות גדילה ודעיכה דיסקרטיות

בעיות גדילה ודעיכה הניתנות לתיאור כסדרות גיאומטריות (למשל חישובי ריבית דריבית, ירידת ערך, התרבות וכד'). בשאלות שבהן הנעלם הוא החזקה, הפתרון הוא מספר טבעי הקטן מ-5.

5. טריגונומטריה

– הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות: סינוס, קוסינוס, טנגנס, במשולש ישר זווית ושימוש בהן.
– יישומים במישור: מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית: משולש שווה שוקיים, משולש כללי, מלבן, מעוין, טרפז. פתרון בעיות הדורשות שימוש בתכונות הגאומטריות של המצולעים השונים. חישובים במצולעים של אורכי קטעים (כולל מציאת אורך קטע מהכרת נקודות הקצה שלו), זוויות, היקפים ושטחים. שימוש בנוסחה $S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot \sin\gamma$.

הערה: בטריגונומטריה, כל השאלות תינתנה עם סרטוט.

– יישומים במרחב: הכרה אינטואיטיבית של מושגים במרחב - ישר ניצב למישור, זווית בין ישר למישור. חישוב של אורכי צלעות, זוויות, נפח, שטח פנים ושטח מעטפת בגופים: תיבה, או פירמידה ישרה שבסיסה מלבן (כולל ריבוע).

6. הסתברות, סטטיסטיקה והתפלגות נורמלית

– **הסתברות:** מציאת הסתברות של מאורע במרחב סופי כיחס בין מספר התוצאות במאורע למספר התוצאות במרחב. הסתברות של מאורע משלים. הסתברות של איחוד מאורעות. הסתברות של חיתוך מאורעות (עד 3 מאורעות בלתי תלויים זה בזה, או עד 2 מאורעות שקיימת ביניהם תלות). חישובים באמצעות טבלה, דיאגרמת עץ או דיאגרמה אחרת.
– **סטטיסטיקה:** שכיחות, שכיחות יחסית (כולל באחוזים), תיאור נתונים בטבלת שכיחויות. סידור נתונים בקבוצות ותיאורם הגרפי בצורת דיאגרמת עמודות (מקלות) ודיאגרמת עיגול. קריאה וניתוח של דיאגרמות אלה. שכיח, חציון, ממוצע וסטיית תקן.
– **התפלגות נורמלית:** בהתבסס על קריאת הגרף של ההתפלגות הנורמלית (ללא שימוש בציוני תקן ובטבלה של ההתפלגות).

שאלון מספר 313

1. שאלות מילוליות

שאלות קנייה, מכירה ותשלומים כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים. שאלות תנועה, שאלות גיאומטריות: שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממלבנים, משולשים וחלקי מעגל (מעגל, חצי מעגל, או רבע מעגל), נפח ושטח פנים של תיבה וגליל. נפח של מנסרה משולשת. בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים, ובשאלות גיאומטריות עשוי להידרש משפט פיתגורס.

2. גיאומטריה אנליטית

– **קטעים:** מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.
– **ישרים:** מציאת משוואת ישר על-פי שתי נקודות ועל-פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.
– **מעגלים:** משוואה קנונית ומשוואת מעגל כללי $(x-a)^2 + (y-b)^2=R^2$, חיתוך של מעגל וישר, משיק למעגל בנקודה שעל המעגל (כתנאי ניצבות).

3. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

– **חשבון דיפרנציאלי**

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת של x^k (k טבעי או 0). נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$), נגזרת של הפונקציות: $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$. נגזרת של סכום, הפרש, ומכפלה של כל אחת מהפונקציות הנזכרות (הנבחן יידרש לזהות את הפונקציה $\frac{1}{3x}$ כמכפלה של קבוע בפונקציה: $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{x}$, ולגזור אותה בהתאם, ויידרש לזהות את הפונקציה $\frac{1}{x^2}$ כמכפלה של הפונקציות $\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{x}$ ולגזור אותה בהתאם).

שימושי הנגזרת:

- משוואת משיק: מציאת משוואת המשיק באמצעות גזירת הפונקציה, או עבור פונקציה שהנגזרת שלה נתונה.
- מציאת תחומי עלייה, ירידה ונקודות קיצון באמצעות גזירת הפונקציה, או עבור פונקציה שהנגזרת שלה נתונה.
- בעיות ערך קיצון בנושאים: מספרים, גיאומטריה, גופים במרחב, תנועה, גרפים, קנייה, מכירה ותשלומים (כולל קיצון בקצות קטע סגור). אף שהשאלות לא חייבות להיות לקוחות מהמאגר, יש **במאגר הישן** דוגמאות מתאימות: עמ׳ 135–137, ת׳ 1– 16, 19; עמ׳ 183–188, ת׳ 1, 5–9, 11–12, 16–19, 21–22.
- חקירת פונקציות: מציאת תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודות חיתוך עם הצירים, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה (אסימפטוטה שהיא ציר y או מקבילה לו),

סרטוט סקיצה של גרף של פונקציה. אסימפטוטה שהיא ציר x או מקבילה לו רק לפונקציות

מהצורה $\frac{a}{x^k}+b$,k=1,2 ,b ממשי.

הערה: לא יידרש פתרון של אי-שוויון ריבועי לצורכי חישוב תחום ההגדרה.

– **חשבון אינטגרלי**

פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה לפי נגזרת ונקודה על הפונקציה, אימות אינטגרלים על-ידי גזירה. אינטגרל מסוים: חישוב אינטגרלים מסוימים, חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x ו/או לציר y, שטח בין גרפים של שתי פונקציות ושטחים המורכבים משני חלקים (למשל חישוב של שטח בין שתי פונקציות נחתכות ובין ציר ה- x). האינטגרלים הנדרשים בשאלון הם האינטגרלים של פולינומים בלבד.

שאלון מספר 314

1. טכניקה אלגברית

– **פירוק לגורמים:** פירוק לגורמים על-ידי הוצאת גורם משותף, ועל-פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על-ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על-ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות.

– **פתרון משוואות:** משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים.

משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד). מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר ובין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון).

המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים).

משוואות הנפתרות על-ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית).

משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).

לא תידרש **חקירה** של משוואה או של מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד').

– **אי-שוויונות:** אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי-שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי-שוויונות ממעלה שנייה עם פרמטר - רק לצורך שימוש בחדו"א.

אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי-שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ כאשר $f(x)$ או $g(x)$ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של חקירת פונקציות.

– **חזקות:** חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

– **שורשים:** מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

2. שאלות מילוליות

שאלות תנועה, שאלות קנייה ומכירה (כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים).

שאלות גיאומטריות: שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממלבנים, משולשים וחלקי מעגל (מעגל, חצי מעגל, או רבע מעגל), נפח ושטח פנים של תיבה וגליל ישר, ונפח של מנסרה ישרה משולשת. בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים, ובשאלות גיאומטריות עשוי להידרש שימוש במשפט פיתגורס.

3. גיאומטריה אנליטית

– **קטעים:** מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.

– **ישרים:** משוואת ישר על-פי שתי נקודות ועל-פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.

– **מעגלים:** משוואת מעגל קנוני ומשוואת מעגל כללי $(x-a)^2 + (y-b)^2=R^2$. חיתוך של מעגל וישר, חיתוך של שני מעגלים, משיק למעגל בנקודה שעל המעגל (כתנאי ניצבות). מעגל המשיק לאחד או שני הצירים.

4. הסתברות קלאסית

אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו-שלבי ותלת-שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי).

הערה: יש ללמוד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

5. גיאומטריה אוקלידית

– **מצולעים:** חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה. משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים. משפט פיתגורס. משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם.
דמיון משולשים ומצולעים. מפגש התיכונים במשולש, חלוקה פנימית של קטע ביחס נתון. משפט חוצה זווית פנימית במשולש. שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תידרשנה הוכחות המשפטים). היחס במשולשים דומים בין היקפים, תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים. היחס בין שטחי משולשים דומים. היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תידרש הוכחה).
קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר.
– **מעגלים:** קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל. זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן. משיקים למעגל.
שני מעגלים – נחתכים, משיקים מבפנים, משיקים מבחוץ. מרובע חוסם מעגל (הגדרה ותכונות), מרובע חסום במעגל (הגדרה ותכונות) דמיון משולשים במעגל.
– **מקומות גיאומטריים:** האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גיאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זוויות במשולש כמרכז מעגל חסום.

הערה: פירוט המשפטים בגיאומטריה נמצא באתר המפמ״ר בכתובת:
http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/Meyda.htm

רשימת המשפטים בגיאומטריה **שאינם כלולים** בשאלוני הבגרות של 4 יח״ל:
– אם במעגל שני מיתרים נחתכים, אז מכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
– אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני חותכים, אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
– אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

- חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה. (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש).
- ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את הזווית החיצונית שדרך קודקודה הוא עובר.
- חלוקה חיצונית של קטע ביחס נתון.

6. טריגונומטריה

מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקציית הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תיאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה), ושל הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה $\sin(ax+b)=c$,

$\cos(ax+b)=c$, $\tan(ax+b)=c$, $a\cdot\sin x \pm b\cdot\cos x=0$, $\sin\alpha=\sin\beta$, $\cos\alpha=\cos\beta$,

$\tan\alpha=\tan\beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

זהויות : $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2x+\cos^2x=1$, $\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\sin2\alpha$, $\cos2\alpha$. שימוש

בזהויות יידרש רק לצורך פתרון בעיות ולצורך פתרון משוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גיאומטריות במישור. פתרון בעיות במישור : פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית.

משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי. נוסחת שטח המשולש $S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\gamma$.

בפתרון בעיות גיאומטריות במישור יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגיאומטריה אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

7. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

– **חשבון דיפרנציאלי**

משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול.

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי-זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד'.

הנגזרת של x^k (k טבעי או 0). נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$) .

קשר בין גרף הפונקציה לגרף פונקציית הנגזרת.

תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות האלה: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציית שורש **ריבועי**. נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד) של כל הפונקציות.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או מציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (בכל סוגי הפונקציות – כולל בעיות נפח, שטח פנים ומעטפת של גופים פשוטים: קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה משולש, גליל ישר וחרוט ישר, וכולל קיצון בקצה קטע סגור).
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מאונכות לציר x (בכל סוגי הפונקציות למעט פונקציות פולינום), ואסימפטוטות מאונכות לציר y (רק בפונקציות רציונאליות).
- הקשר בין הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$

– **חשבון אינטגרלי**

אינטגרלים של פונקציות פולינום, פונקציות מנה שניתן להביא אותן לצורה $\frac{c}{\sqrt{ax+b}}$, או $\frac{c}{(ax+b)^n}$ (n שלם, $n \neq 1$).

עבור פונקציות אלו יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת רק כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על-פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.

פירוט הנושאים בשאלון מספר 315

1. סדרות

סדרה חשבונית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך. סדרה הנדסית סופית ואינסופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך. סדרות כלליות לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, בלי שיידרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך. סדרות מעורבות.

2. טריגונומטריה

– **הפונקציות הטריגונומטריות**

הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות המשלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוגיות או האי-זוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תיאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה), ושל הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

– **משוואות טריגונומטריות**

פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה: $\sin(ax+b)=c$,

$\cos(ax+b)=c$, $\tan(ax+b)=c$, $a\cdot\sin x\pm b\cdot\cos x=0$, $\sin\alpha=\sin\beta$, $\cos\alpha=\cos\beta$, $\tan\alpha=\tan\beta$,

פתרון כללי ופתרון בתחום נתון.

שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

זהויות: $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2x+\cos^2x=1$, $\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\sin2\alpha$, $\cos2\alpha$.

– **טריגונומטריה במרחב**

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגיאומטריה ובזהויות טריגונומטריות. חישובים במרחב של זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת ישרה, פירמידה ישרה שבסיסה מלבן או משולש ישר-זווית או משולש חד-זוויות.

בפתרון בעיות יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות והגופים השונים, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

בבעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים: ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין ישרים, זווית בין ישר למישור. לצורך פתרון הבעיות ייתכן שיידרש שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטריה למציאת זוויות, פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי-זווית, ונוסחת שטח המשולש $S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\gamma$.

3. חזקות ומעריכים, לוגריתמים, בעיות גדילה ודעיכה

– **חזקות ומעריכים**

כל חוקי החזקות שנלמדו בעבר וגם חזקה עם מעריך רציונאלי. שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה. פונקציות מעריכיות: תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות מעריכיות, על-פי הנדרש ביישומים של חדו״א או בבעיות גדילה ודעיכה. אי-שוויונות מעריכיים פשוטים (אי-שוויונות שמהם ניתן להגיע לצורה $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, a מספר קבוע, $a>0$, ומובילים לכל היותר לאי-שוויון ריבועי).

– **לוגריתמים**

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר לוגריתם מבסיס לבסיס. הפונקציות הלוגריתמיות: תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות לוגריתמיות, על-פי הנדרש ביישומים של חדו״א או בבעיות גדילה ודעיכה. אי-שוויונות פשוטים (אי-שוויונות מהם ניתן להגיע לצורה: $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$, a מספר קבוע, $a>0$, $a \neq 1$, f ו- g פונקציות פשוטות, אשר מובילים לכל היותר לאי-שוויון ריבועי. למשל: $\log_4(x^2-3x)>1$, $\log_{0.2}(x^2+1)>\log_{0.2}(2x+1)$.

– **בעיות גדילה ודעיכה**

גדילה מעריכית ודעיכה מעריכית. זמן מחצית חיים.

4. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

– **חשבון דיפרנציאלי**

נגזרות של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), ופונקציות לוגריתמיות - כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום ופונקציות רציונאליות. עבור כל הפונקציות: נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה. נגזרת של פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד).

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או במציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה.
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הזה: אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים ידרשו עבור $\ln x$, $\log_a x$, e^x , a^x ושילובים פשוטים שלהם. עבור $\ln f(x)$, $\log_a f(x)$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$ יידרשו אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה. לא יידרשו אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקציית חזקה עם אחת הפונקציות הללו.
- הקשר בין הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$

– **חשבון אינטגרלי**

חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות ושל פונקציות אשר הקדומה שלהן היא לוגריתמית: האינטגרל של x^r , e^x, a^x , $\frac{1}{x}$, וכן $[f(x)]^r$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$, $\frac{1}{f(x)}$, כאשר f(x) לינארית.

אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה שקדומתה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על-פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים.

חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.

שאלון מספר 316

1. מבוא לגיאומטריה אנליטית

- **קטעים:** מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.
- **ישרים:** משוואת ישר על-פי שתי נקודות ועל-פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.
- **מעגלים:** משוואת מעגל שמרכזו בראשית הצירים (לצורך הוראת המעגל הטריגונומטרי).

2. טכניקה אלגברית

- **פירוק לגורמים:** פירוק לגורמים על-ידי הוצאת גורם משותף, ועל-פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על-ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על-ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות.
- **פתרון משוואות:** משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים.

  משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד). מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר ובין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון). המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים). משוואות הנפתרות על-ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית). משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות). לא תידרש חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד'), למעט שימוש בגיאומטריה אנליטית.
- **אי-שוויונות:** אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי-שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי-שוויונות ריבועיים עם פרמטר רק לצורך שימוש בחדו"א ובשאלות מילוליות. אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי-שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ כאשר $f(x)$ או $g(x)$ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של חקירת פונקציות.

  הערה: שוויונות עם ערך מוחלט אחד, כגון $\left|\frac{2x-5}{x+3}\right| = 3$ או $\left|x^2 - 5x + 6\right| = 2$. אי-שוויונות עם ערך מוחלט ללא פרמטרים (כחלק מבעיה כוללת, ולא כשאלה או סעיף נפרדים): אי-שוויונות ליניאריים בערך מוחלט עם ביטוי ליניארי ומספר ממשי המביעים את מושג המרחק, לדוגמה: $|2x-5| < 3$, או במרוכבים.
- **חזקות:** חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.
- **שורשים:** מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.
- **חילוק פולינומים:** חילוק פולינומים בפולינום ליניארי (רק כטכניקה נדרשת, בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי).

3. שאלות מילוליות

שאלות תנועה, ושאלות הספק. בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים.

4. סדרות

– **סדרה חשבונית** (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.

– **סדרה הנדסית** סופית ואינסופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.

– **סדרות כלליות** לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, בלי שיידרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך.

5. הסתברות קלאסית

אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו-שלבי ותלת-שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי).

הערה: יש ללמוד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.

6. גיאומטריה אוקלידית

– **מצולעים:** חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה. משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים. משפט פיתגורס. משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם. דמיון משולשים ומצולעים. מפגש התיכונים במשולש, חלוקת קטע ביחס נתון, חלוקה פנימית וחלוקה חיצונית. משפט חוצה זווית פנימית במשולש. שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תידרשנה הוכחות המשפטים). היחס במשולשים דומים בין היקפים, תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים. היחס בין שטחי משולשים דומים. היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תידרש הוכחה).

קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר.

– **מעגלים:** קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל. זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן. משיקים למעגל.

שני מעגלים – נחתכים, משיקים מבפנים, משיקים מבחוץ. מרובע חוסם מעגל (הגדרה ותכונות), מרובע חסום במעגל (הגדרה ותכונות), דמיון משולשים במעגל.

קטעים פרופורציוניים במעגל. מיתרים נחתכים במעגל. חותך ומשיק מנקודה חיצונית למעגל, שני חותכים היוצאים מנקודה חיצונית למעגל.

– **מקומות גיאומטריים:** האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גיאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זוויות במשולש כמרכז מעגל חסום.

הערה: פירוט המשפטים בגיאומטריה נמצא באתר המפמ"ר בכתובת:

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/Meyda.htm

רשימת המשפטים בגיאומטריה **שאינם כלולים** בשאלוני הבגרות של 5 יח״ל:

- חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה. (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש)
- ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את הזווית החיצונית שדרך קדקודה הוא עובר.

7. טריגונומטריה

מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקציית הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות.
הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תיאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות ושליליות, עלייה וירידה), ושל הזזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.

פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה $\sin(ax+b)=c$,
$\cos(ax+b)=c$, $\tan(ax+b)=c$, $a\cdot\sin x\pm b\cdot\cos x=0$, $\sin\alpha=\sin\beta$, $\cos\alpha=\cos\beta$,
$\tan\alpha=\tan\beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

זהויות: $\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2x+\cos^2x=1$, $\sin(\alpha\pm\beta)$, $\cos(\alpha\pm\beta)$, $\sin2\alpha$,
$\cos2\alpha$, $\cos\alpha\pm\cos\beta$, $\sin\alpha\pm\sin\beta$. שימוש בזהויות יידרש רק לצורך פתרון בעיות במישור ולפתרון משוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גיאומטריות, ובמסגרת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית. משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי. נוסחת שטח המשולש $S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\gamma$.

בפתרון בעיות גיאומטריות במישור (כולל בעיות טריגונומטריות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגיאומטריה אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

הערות

א. לא יידרש פתרון המשוואה $a\sin x+b\cos x=c$ במקרה: $c\neq0$ ו- $a\neq b$.

ב. פתרון משוואות טריגונומטריות לא יידרש כתרגיל בפני עצמו אלא כחלק מפתרון בעיות, כולל בעיות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

ג. לא יידרש פתרון תרגילים העוסקים בזיהוי משולשים על-פי משוואה טריגונומטרית המתקיימת במשולש.

8. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

– **חשבון דיפרנציאלי**

מושגי יסוד : משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כתהליך גבולי.

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי-זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) - g(x)$, $f(x) > g(x)$ וכד'.

הנגזרת של x^k (k טבעי או 0), נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$). תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות האלה : פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציות טריגונומטריות, פונקציית שורש ריבועי.

נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.

פונקציית הערך המוחלט, אי-גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין הפונקציות הכלולות בתכנית).

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה, $-x^2$ קעורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או מציאת משוואת משיק לגרף בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מנקודה שמחוץ לגרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (מכל סוגי הפונקציות – כולל בעיות נפח, שטח פנים ומעטפת של גופים פשוטים : קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה מצולע כלשהו, גליל ישר וחרוט ישר, וכולל קיצון בקצה קטע סגור).
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול : תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות).
- הקשר בין הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

– **חשבון אינטגרלי**

אינטגרלים של פונקציות פולינום, פונקציות טריגונומטריות (כולל שימוש בזהויות), פונקציות מנה שניתן להביא אותן לצורה $\frac{c \cdot f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$, או $\frac{c \cdot f'(x)}{(f(x))^n}$ (n שלם, $n \neq 1$). עבור פונקציות אלו יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על-פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. מציאת אינטגרל של פונקציה רציונאלית עם מכנה ליניארי על-ידי חילוק פולינומים. מציאת אינטגרל מהצורה :

$\int f'(u)\cdot u'dx$ (u היא פונקציה של x), באמצעות זיהוי הנגזרת החיצונית של פונקציה מורכבת ונגזרתה הפנימית, לדוגמה: $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}}dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3+2}+C$.

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. נפח גופי סיבוב סביב ציר x בלבד. בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערה: בנושאים של חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, ייתכן שימוש בחילוק פולינומים.

שאלון מספר 317

1. וקטורים

וקטורים כחיצים במישור ובמרחב. חיבור וקטורים ותכונותיו, חיסור וקטורים. כפל בסקלר ותכונותיו. קומבינציה ליניארית של וקטורים. חלוקת קטע ביחס נתון. שימושים לחישובים ולהוכחות במישור ובמרחב.

המכפלה הסקלרית ותכונותיה. ניצבות בין ישרים ובין ישר למישור. חישובי אורך וחישובי זווית.

יש ללמוד הוכחות של תכונות גיאומטריות במישור ובמרחב באמצעות וקטורים, אך לא תידרש בבחינה הוכחה של משפט גיאומטרי באמצעות וקטורים. מערכת צירים במרחב. הצגה אלגברית של וקטורים ופעולות אלגבריות בוקטורים (חיבור, חיסור, כפל בסקלר ומכפלה סקלרית). הצגה פרמטרית של ישר במרחב. מצב הדדי של ישרים. הצגה פרמטרית של מישור במרחב, ומשוואה של מישור במרחב. מצב הדדי בין מישורים, ובין ישר ומישור. חישובי מרחקים: בין שתי נקודות, בין נקודה לישר, בין נקודה למישור, בין ישרים מקבילים ובין ישרים מצטלבים, בין ישר למישור, ובין שני מישורים. חישוב זוויות: בין שני ישרים, בין שני מישורים, ובין ישר למישור.

להלן המשפטים הנדרשים בנושא הוקטורים ללא הוכחה (לשימושים בחישובים):

- ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור.
- ישר במישור ניצב למשופע למישור אם ורק אם הוא מאונך להיטל המשופע על המישור.
- ישר ניצב למישור ABC אם ורק אם $l\cdot\vec{OC} = l\cdot\vec{OB} = l\cdot\vec{OA}$ כאשר l וקטור על הישר ו- O ראשית הצירים.
- כל וקטור במישור ניתן להצגה יחידה כקומבינציה ליניארית של שני וקטורים בלתי תלויים במישור, וכל קומבינציה כזו נמצאת במישור.
- כל שלושה וקטורים בלתי תלויים במרחב הם בסיס למרחב.

2. מספרים מרוכבים

הגדרה, שוויון, ארבע הפעולות. ערך מוחלט, מספרים צמודים, שורש שני. הצגת המספרים המרוכבים במישור גאוס. משפט דה-מואבר, שורשי יחידה, שורשים. המשמעויות הגיאומטריות של ארבע הפעולות, של הערך המוחלט ושל השורשים.

הערה: בפתרון בעיות במספרים מרוכבים עשוי להידרש ידע בסדרות, ושימוש בזהויות טריגונומטריות.

3. גיאומטריה אנליטית

- **קטעים:** מרחק בין שתי נקודות, חלוקת קטע ביחס נתון.
- **ישרים:** שיפוע ישר על-פי שתי נקודות, משוואת ישר (על-פי שיפוע ונקודה, ועל-פי שתי נקודות), נקודת חיתוך של שני ישרים, ישרים מקבילים וישרים מאונכים זה לזה, מרחק של נקודה מישר.
- **מעגלים:** מעגל (כללי), התנאי שהמשוואה $Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$ היא משוואה של מעגל. משיק למעגל בנקודה עליו.
- **פרבולה:** הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית, מוקד, מדריך ומשוואת המשיק בנקודה על הפרבולה.
- **אליפסה:** הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית שלה, ציריה ומוקדיה, המצב ההדדי בין ישר לאליפסה כפי שבאה לידי ביטוי בסימן של הדיסקרימיננטה המתאימה. פתרון בעיות המשלבות צורות שונות מבין הצורות שתוארו לעיל.
- **מקומות גיאומטריים.**

4. טריגונומטריה במרחב

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגיאומטריה ובזהויות טריגונומטריות בסיסיות.
חישובים במרחב של: זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים הישרים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת, פירמידה שבסיסה מלבן או משולש ישר-זווית או משולש חד-זוויות.

בפתרון בעיות יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות והגופים השונים, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

בבעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים והמשפטים האלה: ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין ישרים, זווית בין ישר למישור, זווית בין מישורים, משפט שלושת האנכים.

לצורך פתרון הבעיות ייתכן שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטריה למציאת זוויות.

פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית, נוסחת שטח המשולש $S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot\sin\gamma$, משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים והשימוש בהם להתרת משולש כללי.

5. חזקות ומעריכים, לוגריתמים ובעיות גדילה ודעיכה

– **חזקות ומעריכים**

חוקי החזקות. חזקה עם מעריך רציונאלי. שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה. פונקציות מעריכיות, תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות מעריכיות ואי-שוויונות מעריכיים, על-פי הנדרש ביישומים של חדו״א או בבעיות גדילה ודעיכה.

– **לוגריתמים**

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר לוגריתם מבסיס לבסיס. הפונקציות הלוגריתמיות, תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות לוגריתמיות ואי-שוויונות לוגריתמים, על-פי הנדרש ביישומים של חדו״א או בבעיות גדילה ודעיכה.

– **בעיות גדילה ודעיכה**

גדילה מעריכית ודעיכה מעריכית, זמן מחצית חיים.

6. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

– **חשבון דיפרנציאלי**

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כתהליך גבולי.

פונקציית הערך המוחלט, אי-גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין הפונקציות הכלולות בתכנית).

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי-זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד׳.

נגזרות של פונקציות מעריכיות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), ופונקציות לוגריתמיות, כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות, ופונקציות טריגונומטריות. נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה, $-x^2$ קעורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מחוץ לגרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור בהקשר של אינטגרלים או של גרפים של פונקציות הכלולות בקטע סגור).
- לחקירת פונקציה וסרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הזה: אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים יידרשו עבור

$\ln x$, $\log_a x$, e^x, a^x, ושילובים פשוטים שלהם. עבור $\ln f(x)$, $\log_a f(x)$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$

יידרשו אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה. לא יידרשו אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקציית חזקה עם אחת הפונקציות הללו.

- הקשר בין הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

– **חשבון אינטגרלי**

חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות ושל פונקציות אשר הקדומה שלהן היא לוגריתמית: האינטגרל של x^r , e^x, a^x , $\frac{1}{x}$, וכן $[f(x)]^r$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$,

$\frac{1}{f(x)}$ כאשר $f(x)$ לינארית, $\frac{f'(x)}{f(x)}$ ושילובן בפונקציות רציונאליות וטריגונומטריות.

אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה שקדומתה מורכבת. אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על-פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. נפח גופי סיבוב סביב ציר x בלבד. בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערה: הנושא חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות x^r והפונקציות המעריכיות והלוגריתמיות כולל את כל הנושאים, המיומנויות (האנליטיות והאלגבריות), והשימושים הנדרשים בשאלון הקודם.

לדוגמה: ייתכנו אינטגרלים מהצורה

$$\int \frac{e^x}{e^x+1}dx = \ln(e^x+1)+C$$

$$\int \frac{x^3-x^2+x-1}{x+3}dx = \int\left(x^2-4x+13-\frac{40}{x+3}\right)dx$$

מבחן מותאם – מבנה הבחינה

שאלון מספר 311

נבחנים לקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם, יצברו ניקוד השווה לשלוש שאלות מלאות.

שאלון מספר 312

נבחנים לקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם, יצברו ניקוד השווה לשלוש שאלות מלאות.

שאלון מספר 313

נבחנים לקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם, יהיו רשאים לבחור שלוש שאלות ללא הגבלה בנושאים.

שאלון מספר 314

נבחנים לקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם, יענו על חמש שאלות, הכוללות לפחות שאלה אחת מכל פרק.

שאלון מספר 315

נבחנים לקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם, יענו על 3 שאלות, הכוללות לפחות שאלה אחת מכל פרק.

שאלון מספר 316

נבחנים לקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם, יענו על חמש שאלות, הכוללות לפחות שאלה אחת מכל פרק.

שאלון מספר 317

נבחנים לקויי למידה שאושר להם מבחן מותאם, יענו על שלוש שאלות, הכוללות לפחות שאלה אחת מכל פרק.

דפי נוסחאות מורחבים

נוסחאות שאינן כלולות בדפי הנוסחאות הרגילים, לשימוש נבחנים אשר זכאים להקלה ולקבלה של דף נוסחאות מורחב מופיעים באתר המפמ״ר בכתובת :

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativaElyona/Meyda.htm

הצעות דידקטיות

1. בשאלונים שמספריהם 311 ו-312 יש להקפיד על צבירת הנקודות בשאלון. בשאלונים אלה, נבחן רשאי לענות על חלקי שאלות ולצבור נקודות על כל תשובה חלקית, עד מקסימום של 100 נקודות.
2. בשאלות בגיאומטריה (שאלונים שמספריהם 314, 316) יש לנמק כל שלב בפתרון על-ידי כתיבת המשפט הגיאומטרי המתאים. משפטים ידועים ניתנים לציטוט על-ידי ציון שמם. את כל יתר המשפטים יש לנסח במדויק. המשפטים שניתן לרשום על-ידי ציון שמם הם: משפט פיתגורס, משפט תאלס, משפט חוצה הזווית, ארבעה משפטי החפיפה: צ.ז.צ., ז.צ.ז., צ.צ.צ., צלע צלע והזווית מול הצלע הגדולה (ורק משפטים אלה), משפטי הדמיון, זווית בין משיק ומיתר, משפט תאלס המורחב, והמשפט ההפוך למשפט תאלס.
3. בכל שאלה במבחן שיש בה סרטוט, אנו ממליצים להעתיק את הסרטוט למחברת הבחינה. על-פי ההנחיות, העתקת הסרטוט היא חובה רק אם מוסיפים לסרטוט קווי עזר או אותיות נוספות.
4. בפתרון שאלות בטריגונומטריה במישור ובמרחב חובה לציין את המשולשים שאליהם מתייחסים. כמו כן יש לנמק באופן קצר וברור שימוש במשפטים גיאומטריים. התייחסות לזווית הנדרשת בתרגיל חייבת להיות חד-משמעית וברורה לקורא התשובה. בשימוש במשפט הסינוסים, אם יש נימוק לפסילת אחת מהתשובות האפשריות, יש לרשום זאת. אם אין נימוק כזה, על הנבחן להתייחס לכל אחת מהאפשרויות.
5. נבחן שכתב מגוון אפשרויות לפתרון של תרגיל שחלקן נכונות וחלקן שגויות (הכוונה לנבחן שחישב כמה פעמים אותו דבר ולא מחק את הפתרונות השגויים) – תתקבל רק תשובתו הראשונה.
6. ניתן לפתור בעיות בהסתברות באמצעות דיאגרמות עץ, באמצעות טבלאות, ו/או על-ידי נוסחאות. דרך הפתרון צריכה להתאים לבעיה, וכל פתרון נכון יתקבל. בכל דרך פתרון שהנבחן בוחר, אם הוא נדרש לחשב את ההסתברות המותנית ו/או את הסתברות החיתוך, עליו לרשום את הנוסחה שבה הוא משתמש ואת החישוב באופן ברור. נבחן צריך לנמק את חישוביו במהלך הפתרון בין אם פתר את השאלה על-ידי דיאגרמת עץ, על-ידי טבלה, או על-ידי שימוש בנוסחאות בלבד. במילוי טבלה יש לנמק במפורש את התוצאות הנובעות משימוש באחת מנוסחאות ההסתברות המותנית. אין צורך לנמק חישובים פשוטים של חיסור, חיבור והשלמה ל-1.
7. בשאלונים שמספריהם 314, 315, 316 ו-317 בפונקציות המוגדרות בתחום סגור, יש לבדוק תמיד את ערכי הפונקציה בקצות הקטע, להתייחס לסוג הקיצון בקצה, ולקבוע אם הוא מקומי או מוחלט. נזכיר כי נקודות מקסימום ומינימום של פונקציה אינן תלויות בקיום הנגזרת בנקודה, אלא בערך הפונקציה בנקודה ביחס לערכיה בסביבת הנקודה. בנקודות הקצה של התחום מתייחסים לסביבה חד-צדדית של נקודה, ולכן נקודת קצה יכולה להיות נקודת קיצון מוחלט או מקומי.
8. בציון הנגזרת השנייה של פונקציית מנה אין להתעלם מהמכנה. אם גוזרים רק את המונה יש לסמן זאת באופן ברור, ולהסביר מדוע פעולה זו מספיקה כדי לקבוע את סוג הקיצון.