

קווים מנחים לתכנון שיעור מתמטיקה ולהערכתו

מבוא

מחקרים עדכניים מצביעים על כך שתהליך הלמידה בשיעור המתמטיקה הוא המשמעותי ביותר בתהליך רכישת הידע המתמטי של התלמיד, והוא המשפיע המרכזי על ההבנה ועל הישגי התלמידים. השבחת השיעור והתבוננות מעמיקה בו היא גם מגמה מובילה במדינות ה-OECD ובכוונתם להשקיע משאבים בחקר השיעורים.

במדינות רבות בעולם מתמקדת בשנים האחרונות תכנית הפיתוח המקצועי של המורים למתמטיקה בבתי הספר היסודיים בפיתוח היכולת של המורה להוביל שיעורים שתהיה בהם למידה משמעותית של עקרונות מתמטיים. במסגרת זו עוסקים המורים בשילוב של העמקת הידע המתמטי שלהם והעמקת הידע הפדגוגי – מתמטי.

הפדגוגיה של הוראת המתמטיקה היא תחום רחב וייחודי בתוך הפדגוגיה הכוללת- פדגוגיה הנגזרת ממבנה הדעת הייחודי למתמטיקה. בתחום זה קיימים מחקרים רבים, ביניהם מחקרי הערכה, בהם מנותחים ומוערכים שיעורי מתמטיקה. בתקופה האחרונה נוסף לתחום זה גם שילוב התקשוב במטרה להשביח את למידת המתמטיקה. תובנות מהידע האקדמי המצטבר בעולם, ומהלמידה מהשטח בארץ מהווים תשתית למגמות המובלות על-ידי הפיקוח על המתמטיקה בארץ אשר לדמותו של שיעור המתמטיקה בבית הספר היסודי.

בבתי ספר רבים מוטמעים בהדרגה תהליכים שבהם צוות מורים מתכנן במשותף שיעורי מתמטיקה, צפייה ושיח פדגוגי המתקיים לאחר השיעור. במקביל, מוטמע בהדרגה תהליך של הערכה מעצבת למורים. תהליכים אלו מתרחשים על-פי תובנות הנרכשות בהשתלמויות ובהדרכה במתמטיקה, ובעזרת כלים כלליים (המכוונים לכל המקצועות) המסופקים על-ידי המערכת.

לאור זאת, מצאנו לנכון לספק למפקחים, למנהלים ולמורים מסמך שמטרתו להבהיר את העקרונות החשובים הספציפיים לשיעורי מתמטיקה ולמדדים שונים להערכת שיעור ומורה למתמטיקה.

אנו מקווים שמסמך זה יסייע בידכם להכיר ולהבין את המדיניות המקצועית בתחום הוראת המתמטיקה, את המגמות המועברות למורים בהשתלמויות ובהדרכה ובעזרתו נוכל ביחד להשביח את הוראת המתמטיקה ולהעלות את ההבנה ואת ההישגים של תלמידינו.

[בחלקו השני של המסמך](#) תוכלו למצוא מדדים להערכת מורה למתמטיקה ונספחים העשויים לסייע לכם בתהליכי הערכה מעצבת של שיעורי מתמטיקה.

[נספח מס' 1](#) – שיחה מקדימה לפני צפייה בשיעור.

[נספח מס' 2](#) – מדדים לתצפית בשיעור מתמטיקה.

המדדים והנספחים נכתבו בהלימה לערכה להערכת מורה שפורסמה על-ידי הראמ"ה, והם השלמה והתאמה לתחום המתמטיקה.

חשוב לזכור שבכל התהליכים של תכנון השיעור וההכנה לצפייה הומלץ להתמקד במספר מרכיבים שנבחרו לקידום. לכן, מומלץ גם לבחור 2-3 מרכיבים בהם תדונו בשיחה המקדימה ובהם תתמקדו בצפייה בשיעור ובדיון שלאחר הצפייה.

תודה למדריכים ולמנהלים שסייעו בהכנת מסמך זה. נשמח לקבל הערות והארות למסמך ואף לפתוח דיון בסוגיות שונות.

צוות הפיקוח על המתמטיקה והצוותים במחוזות נערכים להעברת סדנאות בהן יתקיים דיון במסמך זה. אתם מוזמנים לפנות אלינו – נשמח לתאם מפגשים כאלו לבעלי העניין.

בהמשך, נרצה להפוך את המסמך לערכה דינמית שיהיו בה קישורים להתנסויות ולתובנות העולות מהשטח. נשמח לקבל מכם כאלו.

בברכה,

ד"ר חנה פרל- מפמ"ר להוראת המתמטיקה

וצוות הפיקוח על המתמטיקה

חלק א- למידה והוראה של מתמטיקה

למידת מתמטיקה כרוכה בהבנת עקרונות מתמטיים מרכזיים המהווים כעין רשת המקשרת בין נושאים ותכנים שונים הנלמדים בצורה ספיראלית במהלך השנים.

בכל שיעור יש חשיבות רבה ליצירת קשרים לידע הקודם של הילדים, בין אם הוא אינטואיטיבי ובין אם הוא פורמאלי.

ההבנה המתמטית מבוססת על חמשת מרכיבי הידע הבאים :

- **הבנה מושגית-תפיסה** של מושגים מתמטיים מופשטים, פעולות ויחסים, והכרת יישומים שונים של המושגים כשהם מופיעים בהקשרים שונים.
- **הבנה פרוצדוראלית**- הבנה של אלגוריתמים, מיומנות לזהות איזה אלגוריתם מתאים ויכולת לבצע את האלגוריתם. דייקנות ויעילות.
- **יכולת אסטרטגית**- יכולת לנתח את הבעיה המתמטית, להתאים ולבנות לבעיה ייצוגים שונים, לפתור בעיות שגרתיות ובעיות שאינן שגרתיות.
- **יכולת להתאים נימוקים** – מיומנות הכוללת שאילת שאלות, הסברים והצדקות המתבססים על חשיבה לוגית, כשהם מיוצגים בשפה אינטואיטיבית ובשפה פורמאלית מתמטית, יכולת רפלקטיבית, יכולת לבצע אומדנים ובקרות.
- **יצירת מבנים**- יכולת לראות את המתמטיקה כנושא שיש בו היגיון, חוקיות, מבנה לוגי שהוא גם שימושי. כל זאת לצד האמונה ביכולת העצמית להבין ולפתור את הבעיות המתמטיות.

את חמשת מרכיבי הידע לא ניתן להפריד זה מזה. ההנחה היא שהוראה טובה היא כזו שיש בה התייחסות לחמשת המרכיבים כשהם משולבים זה בזה. לכן, מודל טוב להוראת מתמטיקה הוא מודל שאיננו בנוי על הקנייה של מושג או אלגוריתמים לפתרון, אלא שוזר בתוכו הבנה של המושגים המתמטיים שאיננה נשענת רק על הכרת המינוחים וזיכרון האלגוריתמים לפתרון. ההבנה כוללת יצירת דימויים מנטאליים למושגים, יצירת הכללות, הבנת האלגוריתמים, יכולת פתרון אלגוריתמית, יכולת תכנון ויצירתיות מתמטית, פתרון בעיות בעזרת מודלים מוחשיים ומתמטיים, וייצוג התהליכים והפתרונות בעזרת הסברים והנמקות.

למרות שיש חשיבות רבה ללמידה שיש בה התייחסות משולבת לכל חמשת מרכיבי הידע, בחלק גדול משיעורי המתמטיקה אפשר לשים דגש רק על חלק ממרכיבים אלו.

חלק משיעורי המתמטיקה מיועדים להבניה והקנייה של מושגים מתמטיים חדשים ואילו שיעורים אחרים מוקדשים ליישום ולתרגול.

- בשיעור שמיועד להבניית מושג מתמטי חדש או לפתרון בעיה מתמטית באמצעות יישום מושגים שנלמדו, מומלץ לעבוד ב"מודל פתרון בעיות"- מודל של שיעור שהלמידה בו מתרחשת סביב פתרון בעיה מרכזית המוצגת בשיעור- בעיה עשירה המאפשרת מגוון אסטרטגיות לפתרון, וסביב העיסוק בה ניתן להבנות מושגים ומיומנויות מתמטיים.

על שיעורים מסוג זה להיות לפחות כ- 50% מזמן למידת המתמטיקה.

- בשיעורים האחרים יושם דגש על תרגול ושחזור ידע באמצעות התנסות עצמית. התנסות זו תכלול פתרון בעיות שגרתיות ושאינן שגרתיות שבמהלכן על התלמיד להתאים את דרך הפתרון, אסטרטגיות ואלגוריתמים המתאימים ביותר לתרגיל או לבעיה נתונה.

יש לזכור שתרגול, שחזור ידע והתנסות עצמית בפתרון בעיות צריך גם להיכלל במהלך השיעורים שנבנים בהם מושגים. בנוסף לכך, יש להקצות למטרות תרגול ושחזור ידע גם מסגרות למידה אחרות שהן שמחוצ לשיעור. למשל, שיעורי בית או זמן אחר המיועד לתרגול בבית הספר.

בכל סוגי ההתנסויות המתמטיות בשיעור יש לשים דגש על מתן זמן להתמודדות אישית ועל התמודדות עם משימות שנדרשות בהם מיומנויות חשיבה מסדר גבוה, גם אם המיומנויות המתמטיות הן ברמה בסיסית. חשוב שהתרגול ושחזור הידע יותאמו לגיל הלומדים ולשלב הלמידה. כלומר, גם כאשר עורכים חזרה, אין לתת לתלמידים משימות המותאמות לשלבי למידה מוקדמים יותר.

בכל סוגי השיעורים מורה צריך להביא, בהנחייתו, את התלמידים להצפת הרעיונות המתמטיים המרכזיים שעמדו בבסיס תכנון השיעור. ניתן לבצע תהליך כזה ברמות שונות:

- **ברמה 1-** מורה יכול להעביר לתלמידים את הרעיונות הבסיסיים בצורת עובדות, מושגים ופרוצדורות (הוראה על-ידי מסירה).
- **ברמה 2-** המורה יכול להסביר את המשמעות והנימוקים של רעיונות בסיסיים חשובים כדי שהתלמיד יבין אותם (הוראה על-ידי הסברים).
- **ברמה 3** – המורה יכול ליצור לתלמידים את ההזדמנויות להבין את הרעיונות המרכזיים ולתמוך בלמידה שלהם כך שהם יהפכו ללומדים עצמאיים (הוראה המבוססת על עבודה עצמית של תלמידים).

מצופה ממורה מקצועי למתמטיקה שיתפקד לפחות ברמה 2, כשהשאיפה היא לקדם אותו באמצעות פיתוח מקצועי מתאים לרמה 3. הפיתוח המקצועי כולל השתלמויות, הנחייה על-ידי מומחים, פיתוח משותף של יחידות הוראה עם חברים לעבודה, צפייה ובקרה משותפת על תהליכי התכנון ועל דרך העברת השיעור. תהליכי המעבר מרמה 2 לרמה 3 דורשים זמן רב. חשוב לזכור שגם כאשר מורה נמצא ברמה 3 הוא עדיין נמצא בתהליך תמידי של למידה.

על-מנת לסייע למורה לעבור משלב 2 לשלב 3 מומלץ:

- לשלב בתהליך ההערכה המעצבת של השיעור מורים עמיתים מומחים שמתפקדים בתחום הוראת המתמטיקה ברמה 3. העמיתים יתפקדו כשותפים ולא כשופטים. עליהם להיות שותפים בהעלאת ובשמיעת שיקולי הדעת בשלבי תכנון השיעור, מקומו ברצף ההוראה ואופן הפעלתו בכיתה.
- להתמקד בתכנון השיעור ובצפייה רק בחלק מהמרכיבים הרבים הקשורים לתכנון ולהעברת שיעור מתמטיקה. לפעול לשיפור מרכיבים אלו ולעבור בהדרגה למרכיבים אחרים.
- לנהל שיח עמיתים תוך כדי תהליך התכנון ולאחר העברת השיעור. השיח יתנהל על-ידי העלאת שאלות פתוחות ולא כמשוב. השאלות תתמקדנה במרכיבים הקשורים לפדגוגיה של הוראה ולמידה של העקרונות המתמטיים בשיעור.

א-1. מרכיבים שונים של שיעור מתמטיקה

להלן פירוט של מרכיבים שונים הקשורים בתכנון ובהעברת שיעור מתמטיקה המיועד להבניית מושג מתמטי מופשט או להתנסות בפתרון בעיות מתמטיות.

רצף ההוראה	
הבהרות	עקרונות
<p><u>בתכנון השיעור המורה צריך להכיר:</u></p> <p>1. את הנושאים והאמצעים שבהם עסקו התלמידים כשלמדו את אותו רעיון, או רעיון דומה בעבר, גם אם היה מיושם בתחום מתמטי אחר.</p> <p>2. את ההרחבות הצפויות של הנושא והרעיון בתכנית הלימודים במתמטיקה.</p> <p>על המורה לדאוג שההוראה תהיה מקושרת לידע הקודם של התלמידים בשפה ובאמצעים המוכרים להם.</p>	<p>הנושא והרעיון המתמטי של השיעור צריכים להתבסס על הידע הקודם של התלמידים ולכוון לידע עתידי הקשור באותו רעיון מתמטי.</p>

תכנון השיעור: מטרת השיעור והרעיונות המתמטיים שייבנו במהלך השיעור	
הבהרות	עקרונות
<p><u>בתכנון השיעור יש לציין בצורה מפורשת:</u></p> <p>1. את הרעיון המתמטי המרכזי של השיעור ואת מטרת השיעור.</p> <p>2. איך הפעילות שנבחרה מתאימה להשגת מטרת השיעור.</p> <p>על המורה לנמק את הבחירה שלו לדרך ארגון הלומדים (יחידני, זוגות, קבוצות, כיתתי). הנימוק צריך להיות מבוסס על היתרונות של דרך הארגון שנבחרה להשגת המטרות והרעיונות המתמטיים של השיעור.</p>	<p>הנושא והרעיון המתמטי של השיעור צריכים להיות המכוונים והמשפיעים על בחירת חומרי הלימוד ועל ארגון הלומדים.</p> <p>תכנון השיעור יכול לכולל מוכנות רחבה ומעמיקה של המורה לגבי תשובות צפויות של תלמידים ואסטרטגיות אפשריות לפתרונות, כולל שגיאות צפויות</p>

תכנון השיעור: מטרת השיעור והרעיונות המתמטיים שייבנו במהלך השיעור (המשך)	
הבהרות	עקרונות
יש להקפיד על הוראה המכוונת לכך שהתלמידים יציגו לעצמם שאלות, יחפשו ויאתרו אסטרטגיות ודרכי פתרון, והמורה יסייע בארגון ובהכללה של הרעיונות שנוצרו. חשוב לזכור ש"מתמטיקה לא מלמדים איך לבצע".	על השיעור להיות ממוקד בהבנה רעיונית של מושגים מתמטיים ורעיונות גדולים מתמטיים, ולא העברת מידע או הקנייה של פרוצדורות הנשענות על זיכרון ותרגול שגרתי של מיומנויות.
בכל פעילות למידה שמוקדש לה שיעור חייב להיות מרכיב חדש של למידה הקשור לתכנים ו/או למיומנויות מתמטיות.	בשיעור צריכה להתרחש למידה של רעיון חדש שלא היה ידוע לפני השיעור, או שיושם בו רעיון "ישן" בהקשרים חדשים.

מבנה השיעור	
הבהרות	עקרונות
בעיה איננה בהכרח בעיה מילולית. היא יכולה להיות גם למשל גילוי דרכי פתרון של תרגיל. הבעיה צריכה להיות עשירה במובן שמרחב האסטרטגיות לפתרון הבעיה יאפשר דיון והבנייה של רעיון מתמטי.	במהלך השיעור התלמידים צריכים לעסוק בפתרון בעיה מרכזית או שרשרת של בעיות שפתרון יצריך העלאת אסטרטגיות, שחזור ידע ופירוק והבנייה של ידע חדש המקושר לידע ולרעיונות המוכרים לתלמידים, ולרעיון המתמטי הנבנה בשיעור.
בשלב זה על המורה להיות זהיר מלכוון לדרכי פתרון של הבעיה.	בשיעור יתנהל באופן מכוון מהלך שמיועד להבטיח שהתלמידים מבינים את הבעיה ו/או המשימות שעליהם לבצע בשיעור.
בכל אחת מהפעילויות המוצעות בשיעור לתלמידים שונים צריך להיות ברור הקשר לרעיון המתמטי המובל בשיעור. כמו כן, צריך להיות ברור כיצד כל אחת מהפעילויות תורמת להשגת מטרת השיעור.	בין החלקים השונים של השיעור צריכה להתקיים לכידות ברמת כיתה וברמת תלמיד. לכידות זו צריכה להתבטא בקשרים בין הנושאים ובין הרעיונות בפעילויות השונות. רצוי שבפעילויות בשיעור יהיה שילוב של הבנה מושגית ושל הבנה פרוצדוראלית.

מבנה השיעור (המשך)	
הבהרות	עקרונות
	<p>חשוב מאד להקצות זמן לחשיבה אישית להתנסות ולתיעוד האסטרטגיות האישיות לפתרון. גם כאשר מתכננים עבודה שיתופית, יש לזכור שכוחה של החשיבה הצוותית נעוץ במגוון האסטרטגיות שכל אחד מהצוות מציע לקבוצה.</p> <p>כאשר מורה מציג שאלה לכיתה עליו לתת זמן לחשיבה עצמית של תלמידים ולסרטוט סכמטי תוך כדי גיבוש דרך הפתרון. יש להימנע מניהול דיון המבוסס על תשובות הנשלפות באופן מיידי על-ידי חלק מהתלמידים.</p>
<p>מומלץ להימנע מהכנה מראש של מצגת או סיכום של המורה- סיכום כזה איננו מושתת על הלמידה שהתרחשה בכיתה ועלולים להיות תלמידים שיתקשו לקשר בין התובנות שרכשו בשיעור לבין המצגת המסכמת.</p>	<p>בסיכום השיעור חשוב שהרעיון המתמטי המרכזי יוצג ויזואלית בפני התלמידים כשהוא מאורגן על הלוח. התצוגה של הסיכום תיבנה במהלך השיעור מתשובות התלמידים.</p> <p>ההצגה הוויזואלית תאפשר סיכום מילולי על-ידי התלמידים, גם אם הסיכום ייעשה בשפה אינטואיטיבית.</p>

האינטראקציה בשיעור	
הבהרות	עקרונות
<p>למידה מתרחשת על-ידי הצגת רעיון מזוויות ראייה שונות, בייצוגים מגוונים ובהסברים של תלמידים. הצגות אלו צריכות להיות מלוות בתיווך של המורה והן החלק הארי של השיעור. חשוב שלא לצמצם את הזמן המוקדש לשיחה שבין המורה לבין התלמידים לטובת הסברים של המורה או לטובת תרגולים שאינם מבוססים על הבנה מושגית של רעיונות מתמטיים.</p>	<p>יוקצה בשיעור זמן משמעותי שיאפשר לתלמידים להסביר את הרעיונות שלהם לתלמידים בכיתה ולמורה.</p> <p>כאשר תלמיד מסביר את אסטרטגיית הפתרון שלו, יש לתת זמן להבנת דבריו ולשחזור דרך הפתרון על-ידי תלמידים אחרים. המורה ישתדל להימנע מלהסביר את כוונת התלמיד, אלא יכוון בשאלות או יעזר בתובנות שמעלים תלמידים אחרים על התשובה שהושמעה.</p>

האינטראקציה בשיעור	
הבהרות	עקרונות
<p>בזמן תכנון השיעור המורה יחשוב על תשובות אפשריות שונות לשאלות, וידרג אותם מבחינת המורכבות שלהם והאפשרות להשתמש בהן כדי להבנות את הרעיון המרכזי של השיעור. במהלך השיעור, בזמן שניתן לתלמידים לחשוב ולבטא את חשיבתם בכתב, המורה יאתר את התשובות השונות ויחליט על הסדר הרצוי להצגת התשובות בפני הלומדים במליאה, כשהשיקולים שלו יונחו מהדרגתיות ביצירת ההבנה המושגית.</p>	<p>סדר הצגת הרעיונות של התלמידים במהלך השיעור, יתוכנן על-ידי המורה, כך שהוא יהיה מדורג וישרת את הבניית הרעיון המתמטי המרכזי של השיעור.</p> <p>בזמן הצגת הרעיונות המורה יציג שאלות שמטרתן ליצור קישוריות בין האסטרטגיות השונות לפתרון, בין הרעיונות השונים שהוצגו, ובין כל אלו לרעיון המתמטי המרכזי של השיעור.</p>
<p>שאלות המורה צריכות להיות מספיק פתוחות כדי שלא תכוונה לתשובות סגורות או לתשובות המכילות שחזור של אלגוריתמים או העלאת ידע.</p>	<p>המורה יכוון וינחה את הבעת הרעיונות באמצעות שאלות שהן מצד אחד מכוונות לרעיונות המרכזיים המתמטיים ומצד שני מאפשרות חשיבה מסדר גבוה.</p>
<p>בזמן השיחה בשיעור תלמידים מעלים רעיונות שונים. חשוב שתלמידים נוספים יחזרו על הרעיונות שהובעו, יסבירו אותם, ידגימו אותם בייצוגים שונים, ינתחו אותם ויבקרו אותם.</p> <p>הסבר הרעיון על-ידי המורה לא תמיד תורם להבנה של שאר התלמידים ולעיתים גם מבלבל את התלמיד שהביע את הרעיון.</p>	<p>המורה יעודד את התלמידים לחזור על הרעיונות שהובעו על-ידי תלמידים אחרים.</p>
<p>מבין המינוחים הנמצאים בשימוש בשיעורי המתמטיקה יש מינוחים שהם מינוחים דידיקטיים שלעיתים מקורם בגישת הוראה. חשוב לזכור שלא תמיד השימוש במינוחים אלו תורם להבנת הרעיון המתמטי.</p>	<p>השיחה בכיתה צריכה להיות קולחת וברורה לכל התלמידים. לכן, יש לדאוג שהרעיונות יבוטאו בשפה מוכרת לתלמידים. אפשר לבטא רעיונות מתמטיים מדויקים בשפה שאיננה בהכרח פורמאלית.</p> <p>בכל מקרה, הבנת הרעיונות והיכולת להשתמש בהם ולבצע מיומנויות מתמטיות חשובים הרבה יותר משימוש במונחים.</p>

התאמה לשונות שבין הלומדים	
הבהרות	עקרונות
<p>בשעת העבודה העצמית המורה יוסיף תיווך לתלמידים המתקשים על-ידי המחשות, סרטונים ושאלות מכוונות. במקביל, ידאג המורה לשאלת אתגר (שהיא הרחבה או העמקה של הבעיה המרכזית של השיעור) שתעסיק את התלמידים המתקדמים.</p> <p>כל הפעילות של התלמידים המתקשים ושל התלמידים המתקדמים צריכה להיות מקושרת לרעיון המרכזי המתמטי שיידון במליאה.</p> <p>בפעילויות המשלימות (תרגול, פתרון בעיות וכ"ו) תהיה הכוונה ספציפית לתלמידים שונים, כשעדיין יישמר העיקרון שכל תלמידי הכיתה עוסקים באותו נושא וברעיון שעסקו בו בשיעור.</p>	<p>כאשר הבעיה המרכזית של השיעור ו/או המשימות האחרות המוגשות לתלמידים בשיעור, מאפשרים פתרונות במגוון של אסטרטגיות קיימת התאמה דיפרנציאלית לשונות שבין התלמידים.</p> <p>חשוב לזכור שהבניית מושג מתמטי נעשית ברמות שונות ובזמנים שונים אצל תלמידים שונים. לא כל תלמיד מסוגל לרדת לעומקם של המושגים בשלבי הלמידה הראשונים והידע הבסיסי והאינטואיטיבי מהווה את התשתית להבנת המושג בהיבטים רחבים בשלבים מאוחרים יותר של הלמידה.</p> <p>במקרים מיוחדים תוצג הבעיה המרכזית של השיעור ברמות שונות, כשהיא מותאמת לשונות שבין התלמידים (על-ידי התאמת רמת הקושי, מרחב החקירה, הניסוח). במקרים אלו הדיון המסכם יבוסס על ההתנסויות השונות בכיתה.</p>

א-2. התאמת שיעור המתמטיקה לפדגוגיה של המאה ה-21 ולשילוב התקשוב

במסגרת התאמת מערכת החינוך למאה ה-21 (אפריל 2010) הוצבו מספר מיומנויות שיש לפתח אצל הלומדים :

1. פיתוח מיומנויות חשיבה מסדר גבוה הכוללות יצירתיות וכושר המצאה, חשיבה ביקורתית ומיומנויות לפתרון בעיות.

מיומנויות אלו הן מיומנויות השזורות באופן טבעי בהוראת המתמטיקה משום שמקצוע המתמטיקה במהותו הוא פתרון בעיות המבוססות על ניתוח הבעיה, שליפת ידע קודם, ביצוע אנליזה וסינתזה של הידע והתאמתו למצב הנדרש- תוך שילוב חשיבה ביקורתית.

מודל פתרון בעיות- מודל שהלמידה בו מתרחשת סביב פתרון בעיה מרכזית המוצגת בשיעור, הוא המודל המומלץ להוראה ולהבניית מושגים מתמטיים בכלל, ובפרט כחלק מהכשרת הלומד למאה ה-21.

2. מיומנות עבודה שיתופית ולמידה עצמאית.

לחשיבה העצמית וללמידה העצמית יש חשיבות רבה בתהליכי פתרון בעיות במתמטיקה. לכן, יש להקפיד על כך שבתהליך הלמידה יינתן לכל לומד הזמן והאפשרויות לחשוב ולהתנסות באופן עצמאי. יש לזכור שמקצוע המתמטיקה הוא מבנה דעת מובנה, בעל כללים משלו. מושגים רבים במתמטיקה ניתן ללמוד בדרך של חקר וגילוי, אולם יש תכנים ומיומנויות שלא ניתן ללמוד באמצעות חקר וגילוי ויש להקנות אותם.

על מנת לפתח את החשיבה המתמטית יש להימנע מלמידה המבוססת רק על שחזור דרך הפתרון שהמורה הציג (גם אם הן נעשו באמצעים טכנולוגיים משוכללים), או מלמידה שיתופית שבה לא התאפשר לכל לומד להתנסות באופן אישי ולהבין את הקשר בין מה שהוא התנסה בו לבין הרעיון המתמטי המרכזי שנלמד. החשיבות הגדולה ביותר ללמידה היא בדיון שנעשה במליאה או בקבוצה עם תיווך של מומחה (המורה). ההבעה בל-פה של הרעיונות המתמטיים מאפשרת רפלקציה על החשיבה, קישור לידע קודם, יצירת דימויים מנטאליים למושגים ובניית רעיונות חדשים. שיתוף ידע בכלים ממוחשבים אינו יכול להחליף דיון. ללמידה שיתופית בשיעורי המתמטיקה יש מקום רק במקרים שבהם יש הצדקה לעבודת צוות, כשגיבוש הרעיון המרכזי מבוסס על איסוף דוגמאות (שבמקרים מסוימים יכול להיעשות בכלים ממוחשבים) והצגתן על-ידי קבוצות שונות. חשוב לזכור שאופן ארגון הלומדים צריך לשרת את הוראת המתמטיקה אבל איננו יכול להיות מטרה בפני עצמה.

3. מיומנות העבודה עם מידע דיגיטאלי וטכנולוגיית מחשב.

טכנולוגיות מחשב שונות כמו יישומונים המאפשרים הדמיה והתנסות במצבים שלא ניתן להתנסות בהם באמצעים אחרים, או תוכנות המאפשרות יצירת דוגמאות והכללות מתמטיות, יכולים לסייע בהבניית הידע המתמטי. יש לשלב טכנולוגיות אלו רק במקומות שבהם יש להן ערך נוסף לאמצעים הקיימים. חשוב לזכור ששימוש באמצעי המחשה קונקרטיים חיוני לילדים בגילאי בית הספר היסודי להבנת מושגים מתמטיים מופשטים.

בכל השילובים של אמצעים טכנולוגיים יש לזכור שמטרתו של שיעור המתמטיקה היא למידת העקרונות המתמטיים, וכל השאר הם תומכי למידה. חשוב גם לזכור שבלמידת מתמטיקה לא ניתן לוותר על כתיבה וסרטוט במחברות, על חישובים בעל-פה ועל למידה פעילה של ילדים בדרכים נוספות (כמו קיפולי נייר, התנסות פיזית של מדידה, בניית מודלים וכ"ו).

להלן מספר דוגמאות לאמצעים טכנולוגיים העשויים לשמש מורים בשיעורי מתמטיקה עם הדגשת יתרונות וחסרונות שלהם ללמידת המתמטיקה:

מצגות	יתרונות: מאפשרות הצגת בעיה או הדגמה בדרך מעניינת ומושכת. <u>חסרונות</u> : המצגת עשויה להיות "מורה פרונטאלי" – התלמיד אינו פעיל, ההסברים המוצגים במצגת מתוכננים מראש ובשיעור לא ניתן לשלב רעיונות שהוצגו במהלכו. הלמידה ממצגות עשויה להיות מאד אלגוריתמית ולא מבוססת על פיתוח מובנה של רעיונות מתמטיים המבוססים על רעיונות של התלמידים ועל יצירת קשרים שבין הרעיונות.
לוח אינטראקטיבי	יתרונות: מאפשר ארגון החלק הוויזואלי המוצג בפני התלמידים במהלך השיעור ובסיכום, מאפשר איסוף והקרנת חומרים שהוכנו מראש על-ידי המורה או מגוון של תשובות של תלמידים לבעיה שהוצגה בשיעור. <u>חסרונות</u> : ממקד את ההוראה והלמידה במורה ובפעולות שהוא עושה, ולכן הוא עשוי להיות "מורה פרונטאלי" פעיל כשהתלמידים סבילים.
יישומונים	יתרונות: מאפשרים הדמיות והמחשבות תלת ממדיות, מאפשרים פיתוח ראייה מרחבית, הוספת ייצוגים מגוונים ושילוב כמה ייצוגים בו-זמנית. <u>חסרונות</u> : השימוש בהם ויזואלי ואיננו מוחשי (לכן, יש להשתמש בהם בנוסף לאמצעי המחשה).

<p>יתרונות: משוב מייד, חלקם מאפשרים בקרה של המורה. חסרונות: רבים מהם מציעים תרגול ברמות חשיבה נמוכות, חלקם מאפשרים הגעה לפתרונות בזכות מיומנויות טכניות (כמו זריזות אצבעות) ללא כל ידע מתמטי. רובם מותאמים לחישוב מהיר בעל-פה, גם במקומות שנדרשת כתיבה או סרטוט סכמטי, כתיבה חלקית והגעה לפתרון באסטרטגיות המבוססות על סרטוטים סכמטיים וחישובי עזר (חשוב להנחות את הילדים להוסיף כאלו ולשלב עבודה בעפרון, בנייר ובמחברת).</p>	<p>כלי תרגול ומשחקים</p>
<p>כלים כמו ה - Excel רלוונטיים, בבית הספר היסודי, בעיקר לסרטוט דיאגרמות מסוגים שונים ולחקירת דפוסי הכללה המבוססים על אפשרויות טכניות וחישובים שהאקסל מבצע. בכלים פתוחים אחרים יש אפשרויות נוספות להמחשה אינטראקטיבית. קיימים גם כלים פתוחים המיועדים למתמטיקה בהם ניתן לבצע סרטוטים וטרנספורמציות ולהציג קשרים בין ייצוגים מספריים לייצוגים גרפיים.</p>	<p>שימוש בכלים פתוחים כמו excel, word מברשת צבע ועוד.</p>
<p>שימוש מועט בו ניתן להשתמש במידע לצורך ישום ושימוש במבנים מתמטיים באמצעות נתונים שנאספו ממקורות מידע שונים.</p>	<p>יכולת איתור מידע במחשב</p>

חלק ב- מדדים להערכת מורה הקשורים בתחום הדעת

מושגים ותהליכים מרכזיים בתחום הדעת – צפוי שמורה המלמד מתמטיקה ישלוט ברמה סבירה במושגים ובתהליכים מרכזיים שהם ספציפיים למתמטיקה. חשוב שגם ההערכה תיעשה על-ידי מומחים בתחום. מאחר שלא תמיד מצוי באופן זמין מומחה בתהליכים המרכזיים המתמטיים, מומלץ לבדוק אם השכלתו והכשרתו של המורה במתמטיקה ובפדגוגיה של המתמטיקה תואמת את הנדרש על-פי מתווה ההתפתחות המקצועית של מורה למתמטיקה (מתווה הערוצים).

תהליכי חקר בתחום המתמטיקה – יש להפריד בין תהליכים שבהם התלמיד חוקר ומגיע להבנת אסטרטגיות, רעיונות מתמטיים או הכללה ברמה בסיסית, לבין תהליכי חקר שמטרתם גילויים חדשים.

התהליך הראשון צריך להיות חלק אינטגרלי מדרך העבודה והוא כלי מרכזי בעבודתו של מורה המתפקד ברמה גבוהה. לעומת זאת, לתלמידים בבית הספר היסודי אין כלים מתמטיים כדי לגלות גילויים מתמטיים ולהוכיח את הגילויים. לכן, אין לצפות שבלימודי מתמטיקה יתבצעו תהליכים אמיתיים של חקר מתמטי. חשוב גם לזכור שלא כל עיסוק בבעיה פתוחה או בעיה שהתלמידים צריכים להפעיל בה שיקול דעת, חשיבה ביקורתית והחלטות שקולות הוא חקר מתמטי.

הכרת תוכנית הלימודים – בשל המבנה הספיראלי של תוכנית הלימודים והקשרים הנדרשים בהוראת עקרונות מתמטיים, המורה נדרש לשליטה מלאה בתוכנית הלימודים של כל כיתות בית הספר היסודי. שליטה זו כוללת גם ידע בהתפתחות אורכית של מושג שלומדים אותו ומעבים את המשמעויות שלו במשך שנות הלימודים בבית הספר היסודי.

חשוב גם שהמורה יהיה מודע לעקרונות ולמיומנויות הנרכשים בגן הילדים כתוצאה מהתנסויות בגילאים הצעירים, ויבין גם את הקשר בין נושאים הנלמדים בבית הספר היסודי לעקרונות ולמיומנויות שילמדו בחטיבת הביניים.

הכרת תוכנית הלימודים צריכה להתבסס על מסמך תוכנית הלימודים ומסמכים אחרים שפורסמו על-ידי הפיקוח על המתמטיקה והאגף לתוכניות לימודים. חשוב לזכור, שספרי הלימוד וחומרי לימוד אחרים אינם מחליפים מסמכים אלו.

שימוש בחומרי למידה – מורה המתפקד ברמה גבוהה הוא בעל יכולת יצירת מצבי הבניית ידע של התלמידים בעזרת חומרי הוראה שנכתבו ועברו בקרה על-ידי מומחים. אין לצפות ממורים לכתוב חומרים. יתרה מכך, כתיבת חומרי הוראה ולמידה אינו מבטיח הוראה ולמידה מיטביים.

קישור לתחומי דעת אחרים – הגישה האוריינית המשולבת היום בלמידת המתמטיקה מדגישה יותר ויותר את הצורך בשילוב בין תחומי דעת שונים ובבניית קישורים למציאות החיים היום-יומית. חשוב לציין ששילובים אלו אפקטיביים להבנת המתמטיקה רק במקרים שבהם נעשה שימוש במבנים מתמטיים ככלים לפתרון בעיות או כמיומנויות הנדרשות לפתרון בעיות מתחומים שונים (לדוגמה: חישובי מרחקים בקריאת מפות, ייצוג נתונים בדיאגרמות, הבנת סדר גודל של מספרים שימושיים או ייצוגים של נתונים על ציר המספרים, תכנון הכרוך בהבנה והכרה של צורות וגופים גיאומטריים או פעולות פיזיקאליות שונות שניתנות לייצוג בכלים מתמטיים הנלמדים בבית הספר היסודי). קישורים מאולצים ולא טבעיים לתחומי דעת אחרים ו/או קישורים שמתבססים רק על רמת ידע בסיסית במתמטיקה, אינם תורמים להעמקת הידע וההבנה המתמטיים של התלמידים.

נספח 1 - שיחה מקדימה לפני צפייה בשיעור

להלן הצעות לשאלות לשיחה מקדימה בין המנהל למורה לפני הצפייה בשיעור מתמטיקה שמטרתו הבניית מושג מתמטי או התנסות בפתרון בעיות מתמטיות.

חשוב לזכור שבכל התהליכים של תכנון השיעור וההכנה לצפייה הומלץ להתמקד במספר מרכיבים שנבחרו לקידום. לכן, מומלץ גם לבחור מבין השאלות הבאות את השאלות המתאימות למרכיבים שנבחרו ובהם גם להתמקד בצפייה.

א. מטרת השיעור:

- אילו מיומנויות או רעיונות צריכים להתפתח או להיווצר כתוצאה מהשיעור הזה?
- מה המורה מצפה מהתלמידים שלו לדעת או שיהיו מסוגלים לעשות בסוף השיעור? (ידע שלא היה להם לפני השיעור).

ב. הקשר של השיעור ליחידת הלימוד

- כיצד משתלב שיעור זה ביחידת לימוד רחבה יותר?
- מהו רצף ההוראה המתוכנן של הנושא?
- מה הידע הקודם של התלמידים הנחוץ לשיעור?
- מה למדו בנושא בשנים הקודמות? האם וכיצד נחשפו לעקרון המתמטי המרכזי של השיעור?
- כיצד יתרום השיעור לנושאים שיילמדו בעתיד?

ג. קשיים צפויים של התלמידים

- האם המורה צופה קשיים אופייניים (או תפיסות שגויות) שיעלו בשיעור? אילו?
- האם המורה מתכוון לטפל בתפיסות שגויות במהלך השיעור? אם כן- באילו תפיסות שגויות ואיך?

ד. המשימות המתמטיות של השיעור

- אילו בעיות, משימות חקירה או פעילויות אחרות יינתנו לתלמידים במהלך השיעור? איך משימות אלו יובילו את התלמידים לידע שהוגדר במטרות השיעור? לגיבוש הרעיון המרכזי של השיעור?
- אילו עזרי למידה נבחרו לשימוש בשיעור? מה היו השיקולים בבחירת עזרים אלו? במקרה של שימוש בעזרים טכנולוגיים: מה הערך המוסף של עזרים אלו להבניית הרעיון המתמטי? להצגת הבעיה המרכזית של השיעור? לאפשרויות ליצור אסטרטגיות של פתרון לתרגול?
- מה התרחיש שהמורה צופה לגבי אופן המענה של התלמידים על המשימות? (דרכי פתרון, אסטרטגיות, שגיאות צפויות, דרכי התבטאות של תלמידים, שימוש באמצעי המחשה ובייצוגים).

ה. ארגון השיעור

- איך המורה מתכוון לנצל את 5 הדקות הראשונות של השיעור? כיצד ה"פתיח" של השיעור ישרת את הבניית הרעיון המרכזי של השיעור?
- אילו קשרים ומושגים המורה מתכנן ליצור בדיון הפתיחה, כך שבפעילויות ההמשך תיווצר למידה משמעותית?

- באיזו דרך יאורגנו הלומדים בשיעור? מדוע נבחרה דרך זו וכיצד היא תשרת את מטרות הלמידה בשיעור?
- איך המורה מתכנן לאסוף את הרעיונות המרכזיים של התלמידים, באופן שהוא יבטיח הבניית ידע המבוססת על הרעיונות שהתלמידים יביעו?
- האם מתוכנן סיכום לשיעור? איזה סיכום מתוכנן?
- אילו משימות יינתנו לאחר השיעור כדי להשלים את מה שנלמד בשיעור, או כדי לקשר לרעיונות שיוצגו בשיעור הבא ?

ו. תכנון תפוקות רצויות (הערכה)

- אילו תוצרים יוכלו להוכיח למורה ולצופה מהצד שנכח בשיעור, שרוב התלמידים השיגו את המטרה של השיעור?
- כיצד המורה מתכוון לערוך רפלקציה על תכנון השיעור שלו ועל דרך העברתו?

נספח 2 - תיעוד השיעור, מדדי תצפית בשיעור

חשוב לזכור שלא ניתן להתרשם בשיעור אחד מכל המדדים. בכל שיעור ישתנו המדדים והמרכיבים הדומיננטיים בהתאם לנושא ולמטרות השיעור. לכן, מומלץ בשיחה המקדימה ללמוד את מטרות השיעור ואת התכנון הצפוי, ובהתאם לכך לבחור את המדדים לתצפית ולתיעוד בשיעור.

להלן פירוט של מדדים הנמצאים בהלימה להמלצות לתכנון שיעור שהופיעו בעמודים הקודמים של המסמך ומופיעים בכלים כלליים לתצפית בשיעור.

א. מטרות השיעור

- האם מטרות השיעור מנוסחות בצורה ברורה, כך שניתן יהיה לבצען ולהעריך את ביצוען?
הערה: מאחר שהוראת מושגים מתמטיים כרוכה לעיתים קרובות בגילוי תוך כדי הלמידה, אין לדרוש מהמורה להציג בפני התלמידים את המטרות של השיעור. מטרות אלו חייבות להיות ברורות, אוברטיביות ומדויקות עבור המורה והצופים בשיעור.
- האם המורה יודע להבהיר לצופים את העיקרון המתמטי המרכזי שהוא הציר המרכזי של השיעור?
- האם הרעיון המרכזי בא לידי ביטוי בשיעור בשפה (אינטואיטיבית או פורמאלית) שתהיה מובנת לכל התלמידים?

ב. רצף ההוראה

- האם נעשה במהלך הדיון בכיתה קשר לידע הקודם ולשיעורים הקודמים?
- האם השיעור מתאים לרצף ההוראה המוצהר?
- האם הייתה לכידות / קוהרנטיות ברצף הבניית הידע בשיעור?

ג. אינטראקציה לימודית

- האם בשיחות ובדיונים ניתנה הזדמנות לתלמידים שונים להציג את חשיבתם?
- האם הוצגו משימות הדורשות חשיבה מסדר גבוה?
- כיצד המורה הנחה את הדיון עם תלמיד שהציג אסטרטגיה לפתרון בפני הכיתה? כיצד המורה מעודד את חשיבת התלמידים על רעיונות של חברים? כיצד המורה מקשר את הרעיונות שעלו עם הידע הקודם, עם רעיונות אחרים ועם הרעיון המרכזי של השיעור?
- איך המורה כיוון את התלמידים לקראת הרעיון המרכזי? האם המורה הצליח מצד אחד לכוון את התלמידים להתמקדות ברעיון המרכזי, ומצד שני השאיר להם מרחב פתוח של חשיבה ולמידה עצמית?

ד. התאמה לשונות

- האם הבעיה המרכזית של השיעור אפשרה התמודדות ברמות שונות/ באמצעים שונים ובאסטרטגיות שונות?
- האם ניתן תיווך (בהסבר, אמצעי המחשה, משימות תווך) לתלמידים החלשים? האם התיווך של המורה כיוון את התלמידים לחשיבה עצמית ולא יצר מצב שהמורה "מראה איך צריך לפתור"?
- האם ניתנו משימות העמקה לתלמידים החזקים? האם המשימות פיתחו הבנה מעמיקה יותר של הרעיון המרכזי של השיעור?

ה שימוש במשוב והערכה במהלך ההוראה (אישי, קבוצתי, כיתתי)

- האם נשאלו בשיעור שאלות שמסייעות למורה לאתר את הקשיים של הילדים?
- האם לקראת סוף השיעור נשאלו שאלות / ניתנו משימות המאפשרות למורה להעריך את הידע שנרכש בשיעור?

ו. שילוב טכנולוגיות תקשוב

- האם לשימוש בטכנולוגיות יש ערך מוסף על-פני המחשות ועזרים אחרים? מהו?

ז. התייחסות לקשיים אופייניים של תלמידים

- האם המורה מכיר חומרים הקשורים לתפיסות שגויות?
- איך בתכנית השיעור שובצו התייחסויות לתפיסות אלו?

ח. סביבות למידה

- האם בסביבות הלמידה מוצגות בעיות שנדרשת בהן חשיבה ברמה גבוהה, או שהן משמשות כמצע להצגת חוקים וכללים לצורך שינון (רמת חשיבה נמוכה)?
- האם בסביבות הלמידה (מרחבי למידה בכיתה ובבית הספר) יש מענה באמצעות אביזרים ופעילויות לתלמידים מתקשים ולתלמידים חזקים?

א. מושגים ותהליכים מרכזיים בתחום הדעת

- אהרוני, ר' (2004). *חשבון להורים: ספר למבוגרים על המתמטיקה של ילדים*. תל אביב: שוקן.
- עופרן, מי (2005). *שליש לחלק לרבע*. אור יהודה: רכס – פרויקטים חינוכיים.
- קופרמן, ר' (2010). *פרקי מתמטיקה לתמיכה במורה המלמד בבית הספר היסודי* (טיוטה). נדלה ב- 5.06.2011 מ- http://www.ma.huji.ac.il/~razk/iWeb/My_Site/hynwk_mtmtty.html.
- Barmby, P., Billsborough, L., Harries, T. & Higgins, S. (2009). *Primary Mathematics: Teaching for Understanding*. Berkshire: Open University Press.
- Benett, A. B., Nelson, L. T. (2007). *Mathematics for Elementary Teachers: A Conceptual Approach* (2nd Edition). NY: McGraw-Hill.

ב. שיעור מתמטיקה על מרכיביו

- מדריך למורה לתכנון שיעור, נדלה ב-5.06.2011 מ-: <http://mathcenter-k6.haifa.ac.il/mafmar/JapaneseManual.pdf>
- Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth: Heinemann.
- Hatfield, M., Edwards, N., Bitter, G. & Morrow, J. (2008). *Mathematics Methods for Elementary and Middle School Teachers* (6th Edition). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Hart, L. C., Alston, A., & Murata, A. (2011). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education*. Dordrecht: Springer.
- Hiebert, J., Morris, A. K., & Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: an "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, pp. 201-222.
- Isoda, M., Miyakawa' T., Stephens, M. & Ohara, Y. (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics: Its Impact, Diversity and Potential for Educational Improvement*. Singapore: World Scientific Publishing.
- Fernandez, C. & Yoshida, M. (2004). *Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven: Yale University Press.
- Lewis, C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Philadelphia: Research for Better Schools.

¹ ביבליוגרפיה חלקית בלבד.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. NY: Free Press.

Stigler, J. W. & Stevenson, H. W. (1992). *The Learning Gap: Why Our Schools Are Failing and What We Can Learn from Japanese and Chinese Education*. New York: A Touchstone Book.

ג. מסמכי מדיניות

תכנית לימודים במתמטיקה לכיתות א-ו בכל המגזרים , משרד החינוך, התרבות והספורט, המזכירות הפדגוגית, האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים, ירושלים – תשס"ו.

ספרי לימוד שונים במתמטיקה לבית הספר היסודי והמדריכים למורה המתאימים להם.

מסמך ציוני הדרך (2009), משרד החינוך והתרבות. נדלה ב-5.06.2011 מ-:

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Tochniyot_Limudim/Math_Yesodi/Tzy/uneiDerech

ספרי לימוד במתמטיקה מאושרים לבית הספר היסודי. נדלה ב-5.06.2011 מ-:

<http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Applications/Mankal/EtsMedorim/6/6-3/HodaotVmeyda/H-2011-9-6-3-2.htm>

מסמכי מדיניות, מצגות ויעדים מוארים , הפיקוח על המתמטיקה :

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/KdamYesodiVeyesodi/Yeadim.htm